

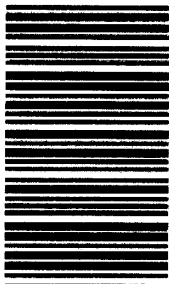
312

F

نام

نام خانوادگی

محل امضاء



312F

صبح جمعه

۹۱/۱۲/۱۸

دفترچه شماره ۱



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل
در سال ۱۳۹۲

رشته‌ی
علوم کامپیوتر (کد ۲۲۴۷)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (ساختمان گسسته، منطق، نظریه علوم کامپیوتر)	۴۵	۱	۴۵

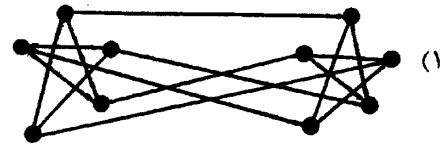
این آزمون نمره منفی دارد

اسفندماه سال ۱۳۹۱

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

حق جاب و تکثیر سؤالات پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متغییرن برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱- کدام یک از گراف‌های زیر همیلتنی نمی‌باشد؟ ($K_{r,s,t}$ گراف سه بخشی کامل با بخش‌های t, s, r رأسی است.)



(۲) $K_{5,5,5}$

(۳) $K_{5,5,5,5}$



۲- در گراف G با شرط $\delta(G) \geq d$ که طول کوتاهترین دور آن ۵ است، کدام نامساوی برقرار است؟

(۱) $|V(G)| \geq d^2 + 1$

(۲) $|V(G)| \geq d^2 + 2$

(۳) $|V(G)| \geq 2d^2 - 5$

(۴) $|V(G)| \geq 2d^2 - 3$

۳- تعداد جایگشت‌های $1, 2, \dots, 1392$ که دقیقاً ۶۹۶ عدد در جای طبیعی خود باشند برابر است با:

(۱) $\binom{1392}{696} \left(\sum_{k=0}^{696} \frac{(-1)^k}{k!} \right)$

(۲) $\binom{1392}{696} \left(\sum_{k=0}^{1392} \frac{(-1)^k}{k!} \right)$

(۳) $\frac{1392!}{696!} \left(\sum_{k=0}^{696} \frac{(-1)^k}{k!} \right)$

(۴) $\frac{1392!}{696!} \left(\sum_{k=0}^{1392} \frac{(-1)^k}{k!} \right)$

۴- چند عدد سه رقمی موجود است که پس از حذف یکی از رقم‌های آن عدد ۱۲ به دست می‌آید؟

(۱) ۲۶

(۲) ۲۷

(۳) ۲۸

(۴) ۲۹

۵- مقدار عبارت $\frac{\binom{11}{0}}{1} + \frac{\binom{11}{1}}{2} + \dots + \frac{\binom{11}{11}}{12}$ برابر است با:

(۱) $2^{12} - 1$ (۲) $2^{12} + 1$ (۳) $\frac{1}{12}(2^{12} - 1)$ (۴) $\frac{1}{6}(2^{12} - 1)$

۶- مقدار $\sum_{i=0}^{1000} (-1)^i \binom{1000}{i} (1000 - i)^{500}$ برابر است با:

(۱) ۰

(۲) ۱۰

(۳) ۱۰۰

(۴) ۱۰۰۰

۷- از گراف کامل ۱۲ رأسی یال‌های یک تطابق کامل را بر می‌داریم، تعداد مثلث‌های گراف باقیمانده کدام است؟

(۱) ۱۵۰

(۲) ۱۶۰

(۳) ۱۹۰

(۴) ۲۲۰

۸- فرض کنید G یک گراف مسطح 100 رأسی باشد به طوری که اگر هر دو رأس غیر مجاور آن را به هم وصل کنیم گراف حاصل غیر مسطح شود. در این صورت تعداد یال‌های G برابر است با:

(۱) ۳۰۴

(۲) ۲۹۶

(۳) ۱۹۶

(۴) ۲۹۴

۹- پزشکی در اردیبهشت ماه که ۳۱ روز است قرار است ۵ روز به بیمارستان برود و هیچ دو روز متوالی بیمارستان نباشد. پزشک به چند طریق می‌تواند به بیمارستان برود؟

(۱) $\binom{27}{5}$ (۲) $\binom{27}{4}$ (۳) $\binom{30}{5}$ (۴) $\binom{30}{4}$

۱۰- یال‌های کدام یک از گراف‌های زیر را نمی‌توان به مثلث‌ها افزا کرد؟ ($K_{m,n,r}$: گراف 3 - بخش کامل با بخش‌های m عضوی Π ، عضوی 2 عضو است.)

(۱) K_7 (۲) $K_{1,2}$ (۳) $K_{3,3,3}$ (۴) $K_{5,5,5}$

۱۱- اگر $A = \{ (x, y, z) \mid x, y, z \in \{1, 2, \dots, 10\}, x < z, y < z \}$ ، در این صورت تعداد اعضای A کدام است؟

(۱) ۱۰۰۰

(۲) ۱۲۰

(۳) ۲۸۵

(۴) ۵۴۵

۱۲- فرض کنید G یک گراف باشد. متناظر با هر یال G یک رأس بگذارید و دو رأس را به هم وصل کنید اگر و تنها اگر یال‌های متناظر آن‌ها در G با هم تلاقی داشته باشند. اگر G گرافی ۸ رأس با دنباله درجات ۱، ۶، ۶، ۶، ۶، ۶، ۶، ۷ باشد تعداد یال‌های گراف جدید برابر است با:

(۱) ۹۰

(۲) ۱۰۰

(۳) ۱۲۱

(۴) ۱۱۱

۱۳- تعداد عنصرهای مجموعه $X = \{1, 2, \dots, 105\}$ که نسبت به عدد ۲۵ اول باشند اما نسبت به ۲۱ اول نباشند، کدام است؟

(۱) ۳۵

(۲) ۳۶

(۳) ۳۷

(۴) ۳۸

۱۴- در چند جایگشت از ارقام عدد ۱۲۳۱۴۵۱۶۷۸۹ بین هر دو عدد ۱ حداقل سه عدد قرار دارد؟

(۱) $6(8!)$ (۲) $8(8!)$ (۳) $10(8!)$ (۴) $12(8!)$

۱۵- فرض کنید $B = \{(A_1, A_2, A_3) \mid \forall i; 1 \leq i \leq 3; A_i \subseteq \{1, 2, \dots, 20\}\}$

اگر $T = \sum_{(A_1, A_2, A_3) \in B} |A_1 \cup A_2 \cup A_3|$ آنگاه مقدار T کدام است؟

(۱) $2^{59} - 2^{56}$ (۲) $2^{60} - 2^{57}$ (۳) $20(2^{59} - 2^{56})$ (۴) $20(2^{60} - 2^{57})$

۱۶- کدام یک از فرمول‌های زیر نتیجه منطقی فرمول‌های $\forall x(\exists y(B(y) \wedge R(y, x)) \rightarrow A(x))$ و $\forall x(C(x) \rightarrow \neg A(x))$ است؟

$$(1) \quad \forall x \forall y (A(x) \wedge B(x)) \rightarrow \neg C(y)$$

$$(2) \quad \forall x \forall y (A(x) \wedge R(y, x)) \rightarrow \neg B(y)$$

$$(3) \quad \forall y \forall x (A(x) \wedge R(y, x)) \rightarrow \neg C(y)$$

$$(4) \quad \forall y \forall x (B(y) \wedge R(y, x)) \rightarrow \neg C(x)$$

۱۷- کدام یک از زوج فرمول‌های زیر با هم معادل نیستند؟

$$(1) \quad \langle \forall x A(x) \wedge \forall y B(y), \forall z (A(z) \wedge B(z)) \rangle$$

$$(2) \quad \langle \forall x A(x) \vee \forall y B(y), \forall z (A(z) \vee B(z)) \rangle$$

$$(3) \quad \langle \exists x A(x) \vee \forall y B(y), \forall u \exists v (A(v) \vee B(u)) \rangle$$

$$(4) \quad \langle \exists x A(x) \wedge \forall y B(y), \forall v \exists u (A(u) \vee B(v)) \rangle$$

۱۸- جدول ارزش‌ها را برای جمله $(p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow p_3 \rightarrow p_4$ تشکیل داده‌ایم. چه تعداد ۱ در ستون مربوط به آن دیده می‌شود؟

$$(1) \quad 8$$

$$(2) \quad 10$$

$$(3) \quad 11$$

$$(4) \quad 12$$

۱۹- اگر $\Sigma = \{p_2 \rightarrow p_1, p_3 \rightarrow p_2, \dots\}$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟ (p_n ها جمله‌های اتمی هستند)

(۱) برای هر n ، $\Sigma \cup \{p_n, \neg p_{n+1}\}$ سازگار و کامل است.

(۲) Σ کامل و مجموعه نتایج آن نیز بازگشتی است.

(۳) نمی‌توان Σ را با افزودن تعداد متناهی جمله کامل کرد.

(۴) برای هر φ و Ψ ، اگر $\Sigma \models \varphi \vee \Psi$ آنگاه $\Sigma \models \varphi$ یا $\Sigma \models \Psi$

۲۰- گزاره $(p \vee q) \rightarrow r$ همی گزاره‌های زیر را نتیجه می‌دهد به جز:

$$(1) \quad (p \wedge q) \rightarrow r$$

$$(2) \quad p \rightarrow (q \rightarrow r)$$

$$(3) \quad p \vee q \vee \neg r$$

$$(4) \quad (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$$

۲۱- اگر x در Φ آزاد نباشد، کدام یک از هم ارزی‌های زیر نامعتبر است؟

$$(1) \quad \exists x (\varphi \rightarrow \Psi) \equiv \varphi \rightarrow \exists x \Psi$$

$$(2) \quad \forall x (\varphi \rightarrow \Psi) \equiv \exists x \varphi \rightarrow \Psi$$

$$(3) \quad \forall x (\varphi \vee \Psi) \equiv \varphi \vee \forall x \Psi$$

$$(4) \quad \exists x (\varphi \rightarrow \Psi) \equiv \forall x \varphi \rightarrow \exists x \Psi$$

۲۲- جمله $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ با کدام یک از جمله‌های زیر هم ارز است؟

(۱) $p \vee \neg q \vee r$

(۲) $(p \wedge q) \rightarrow r$

(۳) $(p \vee r) \wedge (q \rightarrow r)$

(۴) $(p \wedge r) \vee (q \rightarrow r)$

۲۳- اگر $\Phi = \neg(p \wedge q \rightarrow r)$ ، آنگاه کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۱) $\neg\Phi \rightarrow r$ یک توتولوژی است.

(۲) Φ حداقل در دو جای جدول ارزش‌ها درست است.

(۳) $\neg\Phi$ را نمی‌توان در حد هم ارزی تنها با رابط \rightarrow نوشت.

(۴) Φ را نمی‌توان در حد هم ارزی تنها با رابط \rightarrow نوشت.

۲۴- فرض کنیم $\Sigma = \{p_1 \rightarrow p_2, p_2 \rightarrow p_3, \dots\}$ کدام گزینه صحیح است؟ (p_n ها جمله‌های اتمی هستند)

(۱) Σ کامل نیست ولی مجموعه نتایج آن بازگشتی است.

(۲) Σ کامل است ولی مجموعه نتایج آن بازگشتی است.

(۳) Σ کامل است ولی مجموعه نتایج آن بازگشتی نیست.

(۴) Σ به طور بازگشتی اصل‌پذیر است ولی مجموعه نتایج آن بازگشتی نیست.

۲۵- فرض کنید $\Sigma = \{\Phi_1, \Phi_2, \dots\}$ و برای هر ارزشدهی v ، عدد n ی موجود است به طوری که $v(\Phi_n) = 1$. کدام یک از

حکم‌های زیر درست است؟

(۱) n ی موجود است به طوری که $\models \Phi_1 \vee \dots \vee \Phi_n$

(۲) Σ سازگار است.

(۳) برای هر $\{\neg\Phi_1, \neg\Phi_2, \dots, \neg\Phi_n\}$ ناسازگار است.

(۴) مجموعه $\{\Phi_1, \Phi_1 \vee \Phi_2, \Phi_1 \vee \Phi_2 \vee \Phi_3, \dots\}$ سازگار است.

۲۶- کدام یک از فرمول‌های زیر هم ارز نرمال پیشوندی فرمول $\forall x \exists y \Phi(x, y) \rightarrow \neg \exists x \Psi(x)$ است؟

(۱) $\forall x \exists y \forall z (\neg\Phi(x, y) \vee \neg\Psi(z))$

(۲) $\exists x \forall y \forall z (\Phi(x, y) \rightarrow \neg\Psi(z))$

(۳) $\exists x \forall y \forall z (\Phi(x, y) \vee \neg\Psi(x))$

(۴) $\forall z \exists x \forall y (\neg\Phi(x, y) \vee \neg\Psi(z))$

۲۷- فرمول $\forall x \exists y (x = y^2) \wedge \exists t (x + z = z)$ را در نظر بگیرید: کدام گزینه درست است؟

(۱) x, y پایبند و z آزاد است.

(۲) z, x آزاد و y پایبند است.

(۳) x, y, t پایبند و z آزاد است.

(۴) y پایبند و x, t آزادند.

۲۸- مجموعه رابطهای $\{\rightarrow, \leftrightarrow\}$ را در نظر بگیرید. کدام یک از حکم‌های زیر درست است؟

(۱) یک سامانه کامل از رابطها است.

(۲) کامل نیست ولی اگر \perp (همیشه نادرست) را به آن بیافزائیم کامل است.

(۳) جدول ارزش‌های هر جمله در این سامانه از رابطها همیشه به تعداد فرد ۱ دارد.

(۴) جدول ارزش‌های هر جمله در این سامانه از رابطها همیشه به تعداد زوج ۱ دارد.

۲۹- کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

(۱) اگر $\Gamma \vdash \phi$ و $\Gamma \vdash \Psi$ ، آنگاه $\Gamma \vdash \phi \wedge \Psi$.

(۲) اگر $\Gamma \vdash \phi$ یا $\Gamma \vdash \Psi$ ، آنگاه $\Gamma \vdash \phi \vee \Psi$.

(۳) اگر $\Gamma \vdash \phi \rightarrow \Psi$ نتیجه دهد که $\Gamma \vdash \Psi$ ، آنگاه $\Gamma \vdash \phi$.

(۴) اگر $\Gamma \vdash \phi \rightarrow \Psi$ آنگاه $\Gamma \vdash \phi$ نتیجه می‌دهد که $\Gamma \vdash \Psi$.

۳۰- کدام یک از استنتاج‌های زیر درست نیست؟

(۱) $(\forall x S(x) \rightarrow \exists y R(y)) \Rightarrow \forall x \exists y (S(x) \rightarrow R(y))$

(۲) $\forall x \exists y (S(x) \rightarrow R(y)) \Rightarrow (\forall x S(x) \rightarrow \exists y R(y))$

(۳) $\forall x (S(x) \rightarrow \exists y R(x, y)) \Rightarrow \forall x \exists y (S(x) \rightarrow R(x, y))$

(۴) $\forall x \exists y (S(x) \rightarrow R(x, y)) \Rightarrow \forall x (S(x) \rightarrow \exists y R(x, y))$

۳۱- فرض کنید A یک مجموعه اندیسی (از نوع $R\Gamma$) غیربدیهی $r.e.$ از اعداد طبیعی باشد. کدام گزینه غلط است؟

(۱) بازگشتی نیست.

(۲) $K \leq_m A$

(۳) A می‌تواند برابر مجموعه K باشد.

(۴) A می‌تواند مجموعه اندیس‌های تمام توابع بازگشتی اولیه باشد.

۳۲- مجموعه راستگوها (توتولوژی‌ها) منطق گزاره‌ای با فرض $NP \neq CO-NP$

(۱) NP کامل است.

(۲) $CO-NP$ کامل است.

(۳) NP است ولی $-NP$ کامل نیست.

(۴) $CO-NP$ است ولی $CO-NP$ کامل نیست.

۳۳- فرض کنید که Σ یک مجموعه $r.e.$ (نیم تصمیم‌پذیر) از جملات در یک زبان مرتبه اول باشد. کدام یک از گزینه‌های زیر غلط

است؟

(۱) مجموعه نتایج منطقی Σ بطور بازگشتی اصل‌پذیر است.

(۲) اگر Σ کامل باشد آنگاه مجموعه نتایج منطقی Σ بازگشتی (تصمیم‌پذیر) است.

(۳) تنها اگر Σ بازگشتی (تصمیم‌پذیر) باشد، مجموعه نتایج منطقی Σ بازگشتی است.

(۴) مجموعه نتایج منطقی Σ $r.e.$ (نیم تصمیم‌پذیر) است.

- ۳۴- اگر C یک کلاس PRC باشد کدام گزینه غلط است؟
- (۱) C شامل همه محمول‌های محاسبه‌پذیر است.
- (۲) اگر $f, g \in C$ آنگاه $f + g \in C$
- (۳) اگر محمول $P(x)$ در C باشد، $\exists x(x \leq y \wedge P(x))$ نیز در C است.
- (۴) اگر مجموعه‌های A و B در C باشند آنگاه مجموعه $D = \{ \langle x, y \rangle : x \in A, y \in B \}$ نیز در C است.
- ۳۵- کدام گزینه صحیح است؟
- (۱) هر مجموعه نامتناهی بازگشتی، اجتماع دو مجموعه بازگشتی نامتناهی مجزا است.
- (۲) هر مجموعه نامتناهی r.e. اجتماع دو مجموعه r.e. نامتناهی مجزا است.
- (۳) هر مجموعه نامتناهی بازگشتی شامل یک زیرمجموعه r.e. است که بازگشتی نیست.
- (۴) همه موارد صحیح‌اند.
- ۳۶- فرض کنید $A = \{x : |W_x| \neq \phi\}$. کدام گزینه غلط است؟ (\bar{A} متمم A است.)
- (۱) \bar{A} r.e. است. (۲) A r.e. است. (۳) A بازگشتی نیست. (۴) \bar{A} بازگشتی نیست.
- ۳۷- فرض کنید A زیرمجموعه‌ای از اعداد طبیعی باشد که شامل همه اعداد طبیعی مگر احتمالاً تعدادی متناهی از آنها باشد. کدام گزینه درست است؟
- (۱) A r.e. است ولی می‌تواند بازگشتی نباشد. (۲) تابع مشخصه A ، بازگشتی اولیه است.
- (۳) \bar{A} r.e. است ولی می‌تواند بازگشتی نباشد. (۴) تابع مشخصه A بازگشتی است ولی بازگشتی اولیه نیست.
- ۳۸- فرض کنید A مجموعه‌ای r.e. باشد. کدام گزینه لزوماً درست است؟ (\bar{A} متمم A است)
- (۱) $A \leq_m \bar{K}$ (۲) $\bar{A} \leq_m K$ (۳) $\bar{K} \leq_m \bar{A}$ (۴) $\bar{A} \leq_m \bar{K}$
- ۳۹- فرض کنید A r.e. باشد ولی بازگشتی نباشد. کدام گزینه صحیح است؟
- (۱) $\{x : \exists x \in A\}$ r.e. است.
- (۲) نامتناهی عدد n وجود دارد بطوری که $A \cap W_n$ نامتناهی است.
- (۳) A برد یک تابع محاسبه‌پذیر صعودی است.
- (۴) موارد ۱ و ۲ صحیح‌اند.

۴۰- کدام گزینه غلط است؟

(۱) عدد t وجود دارد به طوری که $\phi_t = \phi_{t+1}$

(۲) نامتناهی عدد t وجود دارد به طوری که $\phi_t = \phi_{100}$

(۳) مسئله $\phi_t \stackrel{?}{=} \phi_{100}$ تصمیم‌پذیر است.

(۴) تابع محاسبه‌پذیر $f(x)$ وجود دارد به طوری که به ازای هر x $\phi_{f(x)} = \phi_{f(x)+x}$

۴۱- اگر $P(x)$ و $Q(x)$ دو محمول بازگشتی اولیه باشند، کدام گزینه می‌تواند بازگشتی اولیه نباشد؟

(۱) $P(x) \rightarrow Q(x)$ (۲) $Q(z) \wedge P(\lfloor \sqrt{x} \rfloor)$ (۳) $\forall x(x \leq y \rightarrow P(x))$ (۴) $\exists x(p(x) \wedge Q(x))$

۴۲- اگر برنامه زیر $h(x)$ را محاسبه کند، مقدار $h(3)$ چقدر است؟

$Y \leftarrow 0$

[A] IF $x = 0$ GOTO E

$Y \leftarrow Z + Y + 1$

$Z \leftarrow Z + 1$

$X \leftarrow X - 1$

GoTo A

۱ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

۴۳- فرض کنید m برابر با کد برنامه زیر باشد،

$Y \leftarrow \phi(L(x_r), r(x_r))$

در مورد تابع $S_1^1(\langle L(x), r(x) \rangle, m)$ چه می‌توان گفت؟

(۱) K_0 را به $K_0 - 1$ تحویل می‌کند. (۲) K_0 را به $K_0 - 1$ تحویل می‌کند.

(۳) $K_0 - m$ را به $K_0 - m$ تحویل می‌کند ولی -1 تحویل نمی‌کند. (۴) K_0 را به $K_0 - m$ تحویل می‌کند ولی -1 تحویل نمی‌کند.

۴۴- اگر $g_1(x) = 3x$ و $g_2(x) = 4x$ و $f(x, y) = x + y$ آنگاه ترکیب f با g_2 و g_1 عبارت است از تابع:

(۱) $h(x) = 12x$ (۲) $h(x, y) = 3x + 4y$ (۳) $h(x) = 7x$ (۴) $h(x, y) = 12x^2$

۴۵- فرض کنید f یک تابع محاسبه‌پذیر باشد. کدام گزینه می‌تواند غلط باشد؟

(۱) عددی چون n موجود دارد که $f = \phi_n$

(۲) محمول $\exists x(f(x) = y)$ محاسبه‌پذیر است.

(۳) f را از توابع آغازی با به کار بردن قواعد ترکیب، بازگشت و کمینه‌سازی سره می‌توان بدست آورد.

(۴) محمول $f(x) = y$ محاسبه‌پذیر است.